

Mathematik Eingangstest

Dreisatz

Aufgabe 1

Ein Mitarbeiter im Außendienst erhielt im vergangenen Jahr für 24.500 km Geschäftsfahrten einen Kostenersatz von 10.290,00 €. Mit wie viel € Kostenersatz kann er im laufenden Jahr rechnen, wenn seine Geschäftsfahrten sich voraussichtlich um 3.000 km erhöhen?

Aufgabe 2

Die Inventurarbeiten in einer Großhandlung werden von 12 Angestellten in vier Tagen erledigt. Wie viel Tage benötigen 16 Angestellte für die Inventur?

Aufgabe 3

Für die Mikroverfilmung von 96.000 Originalbelegen je Arbeitsmonat benötigen 4 Mitarbeiter bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit insgesamt 3 Arbeitstage. Die Zahl der Arbeitnehmer in der Verfilmungsstelle wird um eine Mitarbeiterin erhöht. Durch die Übernahme zusätzlicher Tätigkeiten in dieser Abteilung verbleiben für die Verfilmung nur noch 6 Stunden täglich, obwohl die Anzahl der Originalbelege auf durchschnittlich 120.000 gestiegen ist. In wie vielen Arbeitstagen ist der neue Verfilmungsumfang zu erledigen?

Prozentrechnung

Aufgabe 4

Nach einer Preiserhöhung von 6,5 % wird ein Auto für 20.874,00 € verkauft. Wie teuer war das Auto ursprünglich und wie viel € betrug die Preiserhöhung?

Aufgabe 5

Ein Waschmittelhersteller setzt bei äußerlich unveränderter Packung das Gewicht des Inhalts von 3 kg auf 2,7 kg herab. Der Preis der Packung bleibt unverändert 8,10 €. Ermittle den alten und den neuen kg-Preis und berechne anschließend, wie viel % Preiserhöhung diese Maßnahme entspricht.

Verteilungsrechnung

Aufgabe 6

Ein Kaufmann verfügt in seinem Testament folgendermaßen über sein Barvermögen von 139.300,00 €. Seine Ehefrau soll $\frac{3}{7}$ erhalten, seine beiden Töchter und sein Sohn je $\frac{1}{7}$. Außerdem bekommt jedes Kind eine Sonderzuwendung von 10.000,00 €. Von den Studienkosten des Sohnes sollen 12.000,00 € mit der Erbschaft verrechnet werden, während die Aussteuer der Töchter mit je 5.000,00 € auf die Erbschaft angerechnet werden sollen. Den Restbetrag soll die Hausangestellte erhalten. Wie viel € Euro erhält jeder Erbe.

Zinsrechnung

Aufgabe 7

Auf einem Sparbuch befinden sich am 01.01. 4.800,00 €. Der Zinssatz beträgt bis zum 31.05. 2,5 % und wird dann auf 2,75 % erhöht. Wie viel € Zinsen sind am Jahresende gutzuschreiben, wenn am 28.08. 500,00 € abgehoben wurden?

Aufgabe 8

Ein Kapital in Höhe von 6.480,00 € erbrachte 72,09 € Zinsen. Wie viel Zinstage war das Kapital angelegt, wenn die Verzinsung 4,5 % Prozent betrug?

Multiplikation von Summen und zerlegen in Faktoren

Aufgabe 9

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

- $5a + \{8b - [4a - (6b + 12a) - (3a - 9b)] - (7a + b) + 11a\} - 3b$
- $4x(2y - 8w) - (5w - 4x)6y + 3w(x - 2y)$
- $(a - 2b)(4x - 7y) + (a + 5b)(6y - 12x)$

Aufgabe 10

Zerlege in Faktoren:

a) $126a^{11}b^{10}y^4 + 164a^7b^{13}y^7 - 210a^9b^8y$

b) $2a^2nx + abnx - 2a^2ny - abny$

Binomische Formeln

Aufgabe 11

Berechne mit Hilfe der binomischen Formeln:

a) $(x + 125)^2$

b) $(3x^2y - 9a^3b^2)^2$

c) $(11x + 12y)(12y - 11x)$

Aufgabe 12

Ergänze zur binomischen Formel und fasse dann zusammen:

a) $x^2 + 12x + \underline{\quad} = (\quad)^2$

b) $x^2 - 6xy + \underline{\quad} = (\quad)^2$

c) $16x^2 + \underline{\quad} + 144y^4 = (\quad)^2$

Funktionen und Gleichungen

Aufgabe 13

Löse folgende lineare Gleichungen.

a) $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$

b) $12 - [(16 + 7x) - (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$

Aufgabe 14

Berechne jeweils die Geradengleichung für die Geraden mit folgenden Eigenschaften:

a) Die Punkte $P_1(3 | 4)$ und $P_2(6 | -2)$ liegen auf g_1 .

b) g_2 liegt parallel zu g_3 mit der Funktionsgleichung $g_3(x) = 7x + 13$ und verläuft durch den Punkt $P(1 | -1)$.

c) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden g_1 und g_2 sowie die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.

d) Zeichne die Geraden ohne Zuhilfenahme einer Wertetabelle.

Aufgabe 15

Marlies hat die Wahl zwischen zwei Handy-Tarifen. Bei Tarif 1 zahlt sie eine Grundgebühr von 8,00 € und für jede Gesprächseinheit durchschnittlich 0,04 €. Bei Tarif 2 wird eine Grundgebühr von 6,00 € und für jede Gesprächseinheit 0,08 € verlangt.

a) Bestimme die Funktionsgleichungen der beiden Tarifarten.

b) Ermittle rechnerisch und zeichnerisch die Gesprächseinheiten, bei denen die gleichen Kosten entstehen.

Aufgabe 16

Berechne die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $-6x^2 + 1\frac{1}{7}x + \frac{2}{7} = 0$

Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten

Aufgabe 17

Berechne die Lösungsmengen der folgenden Gleichungssysteme:

a) Gleichsetzungsverfahren:

b) Einsetzungsverfahren

$$\begin{cases} x + 6y = -16 \\ -4 - x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$$

c) Additionsverfahren bzw. Subtraktionsverfahren

d) freie Wahl des Verfahrens

$$\begin{cases} -2x + 7y = 5 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 8y = -21 \\ 9x - 8y = 25 \end{cases}$$

Aufgabe 18

In einem Stall werden Kaninchen und Hühner gehalten. Die 108 Tiere stehen auf insgesamt 298 Beinen. Wie viele Kaninchen und wie viele Hühner leben in dem Stall?

Lösungen

Aufgabe 1

$$\begin{array}{r} 24.500 \text{ km} - 10.290,00 \text{ €} \\ 27.500 \text{ km} - x \end{array}$$

$$x = \frac{10.290\text{€} \cdot 27.500\text{km}}{24.500\text{km}} = \underline{\underline{11.550,00 \text{ €}}}$$

Aufgabe 2

$$\begin{array}{r} 12 \text{ Ang.} - 4 \text{ Tage} \\ 16 \text{ Ang.} - x \end{array}$$

$$x = \frac{4T \cdot 12A}{16A} = \underline{\underline{3 \text{ Tage}}}$$

Aufgabe 3

$$\begin{array}{r} 96.000 \text{ B.} - 4 \text{ M.} - 8 \text{ Std./Tag} - 3 \text{ Tg.} \\ 120.000 \text{ B.} - 5 \text{ M.} - 6 \text{ Std./Tag} - x \end{array}$$

$$x = \frac{3\text{Tg} \cdot 120.000\text{B} \cdot 4\text{M} \cdot 8\text{Std/Tg}}{96.000\text{B} \cdot 5\text{M} \cdot 6\text{Std/Tg}} = \underline{\underline{4 \text{ Tage}}}$$

Aufgabe 4

$$\begin{array}{r} 106,5 \% - 20.874,00 \text{ €} \\ 100 \% - x \end{array}$$

$$x = \frac{20.874\text{€} \cdot 100\%}{106,5\%} = \underline{\underline{19.600,00 \text{ €}}} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserh.: 1274€}}}$$

Aufgabe 5

$$\begin{array}{r} 3 \text{ kg} - 8,10 \text{ €} \\ 1 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{8,10 \text{ €} \cdot 1 \text{ kg}}{3 \text{ kg}} = \underline{\underline{2,70 \text{ €}}}$$

$$\begin{array}{r} 2,7 \text{ kg} - 8,10 \text{ €} \\ 1 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{8,10 \text{ €} \cdot 1 \text{ kg}}{2,7 \text{ kg}} = \underline{\underline{3 \text{ €}}}$$

$$\begin{array}{r} 2,70 \text{ €} - 100 \% \\ 3 \text{ €} - x \end{array}$$

$$x = \frac{100\% \cdot 3\text{€}}{2,70 \text{ €}} = 111\frac{1}{9}\% \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserhöhung } 11\frac{1}{9}\%}}$$

oder

$$\begin{array}{r} 3 \text{ kg} - 100 \% \\ 2,70 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{100\% \cdot 3\text{kg}}{2,70 \text{ kg}} = 111\frac{1}{9}\% \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserhöhung } 11\frac{1}{9}\%}}$$

Erläuterung: bei geringerer Füllmenge steigt der Preis und damit auch die Prozentzahl \Rightarrow indirektes Verhältnis !!

Aufgabe 6

$$\frac{1}{7} \text{ von } 139.300 = 19.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Ehefrau: } 3 \cdot 19.900 = 59.700,00 \text{ €}$$

$$\text{Tochter 1: } 19.900 + 10.000 - 5000 = 24.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Tochter 2: } 19.900 + 10.000 - 5000 = 24.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Sohn: } 19.900 + 10.000 - 12.000 = 17.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Zwischensumme: } 127.400,00 \text{ €}$$

$$\text{Hausangestellte: Rest} = 11.900,00 \text{ €}$$

Aufgabe 7

Kapital in €	Laufzeit	Zinssatz in %	Zinsen in €
4.800,00 €	150 Tage	2,5 %	50,00
4.800,00 €	88 Tage	2,75 %	32,67
4.300,00 €	122 Tage	2,75 %	40,08
			122,75

vergleiche Grundformel bei Aufgabe 8!

Aufgabe 8

$$\text{Grundformel: } Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360\text{Tg.}} \Leftrightarrow t = \frac{Z \cdot 100\% \cdot 360\text{Tg.}}{K \cdot p} = \frac{72,09\text{€} \cdot 100\% \cdot 360\text{Tg.}}{6840\text{€} \cdot 4,5\%} = \underline{\underline{89 \text{ Tg.}}}$$

mit Kapital K, Zinssatz p, Zeit t in Tagen.

Aufgabe 9

$$\begin{aligned} \text{a) } & 5a + \{8b - [4a - (6b + 12a) - (3a - 9b)] - (7a + b) + 11a\} - 3b \\ & = 5a + \{8b - [4a - 6b - 12a - 3a + 9b] - 7a - b + 11a\} - 3b \\ & = 5a + 8b + 11a - 3b + 4a - 4b = \underline{\underline{20a + b}} \end{aligned}$$

b) $4x(2y - 8w) - (5w - 4x)6y + 3w(x - 2y) = 8xy - 32xw - 30yw + 24xy + 3xw - 6yw = \underline{\underline{32xy - 29xw - 36yw}}$

c) $(a - 2b)(4x - 7y) + (a + 5b)(6y - 12x) = 4ax - 7ay - 8bx + 14by + 6ay - 12ax + 30by - 60bx = \underline{\underline{-8ax - ay - 68bx + 44by}}$

Aufgabe 10

Zerlege in Faktoren:

a) $126a^{11}b^{10}y^4 + 164a^7b^{13}y^7 - 210a^9b^8y = \underline{\underline{2a^7b^8y(63a^4b^2y^3 + 82b^5y^6 - 105a^2)}}$

b) $2a^2nx + abnx - 2a^2ny - abny = \underline{\underline{an(x - y)(2a + b)}}$

Aufgabe 11

a) $(x + 125)^2 = x^2 + 250x + 15.625$

b) $(3x^2y - 9a^3b^2)^2 = 9x^4y^2 - 54x^2ya^3b^2 + 81a^6b^4$

c) $(11x + 12y)(12y - 11x) = 144y^2 - 121x^2$

Aufgabe 12

Ergänze zur binomischen Formel und fasse dann zusammen:

a) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b) $x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$

c) $16x^2 + 96xy^2 + 144y^4 = (4x + 12y^2)^2$

Aufgabe 13

a) $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$

$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$

$\Leftrightarrow 65 - 7x = 5x - 7$

$\Leftrightarrow -12x = -72$

$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$

b) $12 - [(16 + 7x) - (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$

$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x - 3x + 1] = 6 + 2x - 5$

$\Leftrightarrow 12 - 16 - 7x + 3x - 1 = 6 + 2x - 5$

$\Leftrightarrow -5 - 4x = 1 + 2x$

$\Leftrightarrow -6x = 6$

$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow L = \{-1\}$

Aufgabe 14

a) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{6 - 3} = \frac{-6}{3} = -2$

$y = mx + b \Leftrightarrow b = y - mx = 4 - (-2) \cdot 3 = 10 \Rightarrow g_1(x) = -2x + 10$

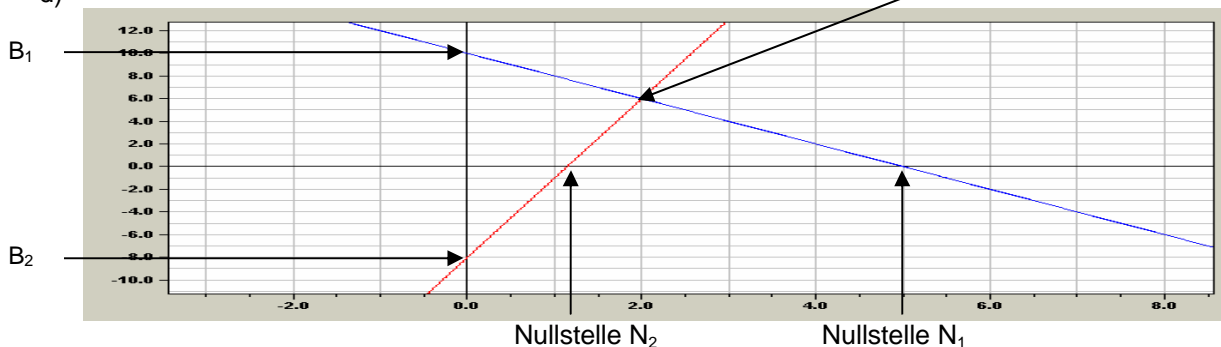
b) $g_2 \parallel g_3 \Rightarrow m_2 = m_3 = 7$

$y = mx + b \Leftrightarrow b = y - mx = -1 - 7 \cdot 1 = -8 \Rightarrow g_2(x) = 7x - 8$

c) Schnittpunkt: $g_1(x) = g_2(x)$ y-Achsenabschnitte: $b_1 = 10, b_2 = -8 \Rightarrow B_1 = (0 | 10), B_2 = (0 | -8)$
 $-2x + 10 = 7x - 8$ Nullstellen: (i) $-2x + 10 = 0$ (ii) $7x - 8 = 0$ (Schnittpunkte mit der x-Achse)
 $-9x = -18 \Leftrightarrow -2x = -10 \Leftrightarrow 7x = 8$
 $x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \Leftrightarrow x = 1\frac{1}{7}$

$g_1(2) = g_2(2) = 6 \Rightarrow S(2 | 6) \Rightarrow N_1 = (5 | 0); N_2 = (1\frac{1}{7} | 0)$ Schnittpunkt S(2 | 6)

d)



Aufgabe 15

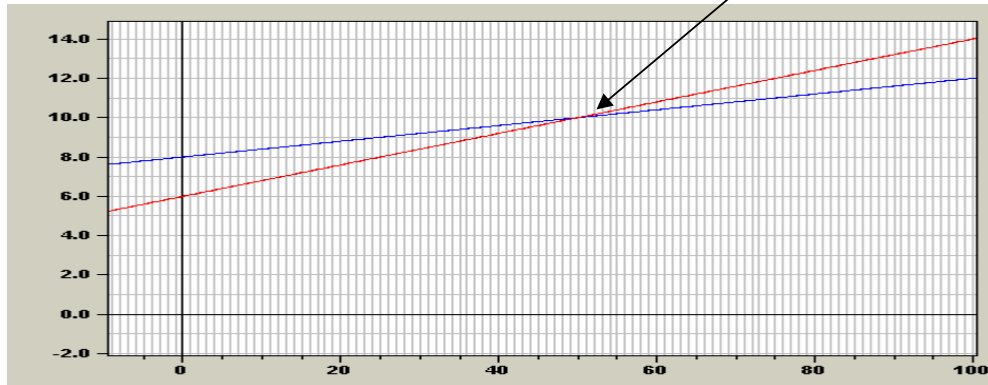
Gesamtkosten: y Anzahl der Gesprächseinheiten: x

a) Tarif 1: $y(x) = 0,04x + 8$ Tarif 2: $y(x) = 0,08x + 6$

b) $0,08x + 6 = 0,04x + 8$
 $0,04x = 2$
 $x = 50 \Rightarrow y(50) = 10$ (in €)

Schnittpunkt P (50 | 10)

c)



Aufgabe 16

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$x^2 - 7x = -10$$

$$x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -10 + \frac{49}{4}$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{40}{4} + \frac{49}{4} = \frac{9}{4}$$

$$x - \frac{7}{2} = \frac{3}{2} \vee x - \frac{7}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$x = 5 \vee x = 2 \Rightarrow L = \{2; 5\}$$

b) $-6x^2 + 1\frac{1}{7}x + \frac{2}{7} = 0$

$$x^2 - \frac{4}{21}x - \frac{1}{21} = 0$$

$$x^2 - \frac{4}{21}x + \left(\frac{2}{21}\right)^2 = \frac{1}{21} + \left(\frac{2}{21}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{2}{21}\right)^2 = \frac{25}{441}$$

$$x - \frac{2}{21} = \frac{5}{21} \vee x - \frac{2}{21} = -\frac{5}{21}$$

$$x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}\right\}$$

Aufgabe 17

a) $\begin{cases} x + 6y = -16 \\ -4 - x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 16 \\ x = -4 - 2y \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -6y - 16 = -4 - 2y \quad | +2y + 16$$

$$\Leftrightarrow -4y = 12 \quad | :(-4)$$

$$\Leftrightarrow y = -3$$

$$\Rightarrow x = -6 \cdot (-3) - 16 = 2$$

$$L = \{(2 | -3)\}$$

b) $\begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ 2x - y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ y = 2x - 14 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -3x + 5 \cdot (2x - 14) = 7$$

$$\Leftrightarrow -3x + 10x - 70 = 7$$

$$\Leftrightarrow 7x = 77$$

$$\Leftrightarrow x = 11$$

$$\Rightarrow y = 2 \cdot 11 - 14 = 8 \Rightarrow L = \{(11 | 8)\}$$

c) $\begin{cases} -2x + 7y = 5 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases} \quad | \cdot 3$

$$\Leftrightarrow + \begin{cases} -6x + 21y = 15 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases}$$

$$\hline 0x + 0y = 5 \Rightarrow L = \{\}$$

d) $\begin{cases} -5x + 8y = -21 \\ 9x - 8y = 25 \end{cases}$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

$$\Rightarrow 9 \cdot 1 - 8y = 25 \Leftrightarrow y = -2 \Rightarrow L = \{(1 | -2)\}$$

Aufgabe 18

Anzahl der Kaninchen: x

108 Tiere: $\Rightarrow x + y = 108 \quad | \cdot 2$

Anzahl der Hühner: y

298 Beine: $\Rightarrow 4x + 2y = 298$

$$\Leftrightarrow - \begin{cases} 2x + 2y = 216 \\ 4x + 2y = 298 \end{cases}$$

$$\hline -2x = -82$$

$$x = 41 \Rightarrow 41 + y = 108 \Leftrightarrow y = 67$$

Es leben 41 Kaninchen und 67 Hühner in diesem Stall.