

## Mathematik Eingangstest

### Dreisatz

#### Aufgabe 1

Ein Mitarbeiter im Außendienst erhielt im vergangenen Jahr für 24.500 km Geschäftsfahrten einen Kostenersatz von 10.290,00 €. Mit wie viel € Kostenersatz kann er im laufenden Jahr rechnen, wenn seine Geschäftsfahrten sich voraussichtlich um 3.000 km erhöhen?

#### Aufgabe 2

Die Inventurarbeiten in einer Großhandlung werden von 12 Angestellten in vier Tagen erledigt. Wie viel Tage benötigen 16 Angestellte für die Inventur?

#### Aufgabe 3

Für die Mikroverfilmung von 96.000 Originalbelegen je Arbeitsmonat benötigen 4 Mitarbeiter bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit insgesamt 3 Arbeitstage. Die Zahl der Arbeitnehmer in der Verfilmungsstelle wird um eine Mitarbeiterin erhöht. Durch die Übernahme zusätzlicher Tätigkeiten in dieser Abteilung verbleiben für die Verfilmung nur noch 6 Stunden täglich, obwohl die Anzahl der Originalbelege auf durchschnittlich 120.000 gestiegen ist. In wie vielen Arbeitstagen ist der neue Verfilmungsumfang zu erledigen?

### Prozentrechnung

#### Aufgabe 4

Nach einer Preiserhöhung von 6,5 % wird ein Auto für 20.874,00 € verkauft. Wie teuer war das Auto ursprünglich und wie viel € betrug die Preiserhöhung?

#### Aufgabe 5

Ein Waschmittelhersteller setzt bei äußerlich unveränderter Packung das Gewicht des Inhalts von 3 kg auf 2,7 kg herab. Der Preis der Packung bleibt unverändert 8,10 €. Ermittle den alten und den neuen kg-Preis und berechne anschließend, wie viel % Preiserhöhung diese Maßnahme entspricht.

### Verteilungsrechnung

#### Aufgabe 6

Ein Kaufmann verfügt in seinem Testament folgendermaßen über sein Barvermögen von 139.300,00 €. Seine Ehefrau soll  $\frac{3}{7}$  erhalten, seine beiden Töchter und sein Sohn je  $\frac{1}{7}$ . Außerdem bekommt jedes Kind eine Sonderzuwendung von 10.000,00 €. Von den Studienkosten des Sohnes sollen 12.000,00 € mit der Erbschaft verrechnet werden, während die Aussteuer der Töchter mit je 5.000,00 € auf die Erbschaft angerechnet werden sollen. Den Restbetrag soll die Hausangestellte erhalten. Wie viel € Euro erhält jeder Erbe.

### Zinsrechnung

#### Aufgabe 7

Auf einem Sparbuch befinden sich am 01.01. 4.800,00 €. Der Zinssatz beträgt bis zum 31.05. 2,5 % und wird dann auf 2,75 % erhöht. Wie viel € Zinsen sind am Jahresende gutzuschreiben, wenn am 28.08. 500,00 € abgehoben wurden?

#### Aufgabe 8

Ein Kapital in Höhe von 6.480,00 € erbrachte 72,09 € Zinsen. Wie viel Zinstage war das Kapital angelegt, wenn die Verzinsung 4,5 % Prozent betrug?

### Multiplikation von Summen und zerlegen in Faktoren

#### Aufgabe 9

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

- $5a + \{8b - [4a - (6b + 12a) - (3a - 9b)] - (7a + b) + 11a\} - 3b$
- $4x(2y - 8w) - (5w - 4x)6y + 3w(x - 2y)$
- $(a - 2b)(4x - 7y) + (a + 5b)(6y - 12x)$

### Aufgabe 10

Zerlege in Faktoren:

a)  $126a^{11}b^{10}y^4 + 164a^7b^{13}y^7 - 210a^9b^8y$                       b)  $2a^2nx + abnx - 2a^2ny - abny$

### Binomische Formeln

#### Aufgabe 11

Berechne mit Hilfe der binomischen Formeln:

a)  $(x + 125)^2$                       b)  $(3x^2y - 9a^3b^2)^2$                       c)  $(11x + 12y)(12y - 11x)$

#### Aufgabe 12

Ergänze zur binomischen Formel und fasse dann zusammen:

a)  $x^2 + 12x + \underline{\quad} = (\quad)^2$                       b)  $x^2 - 6xy + \underline{\quad} = (\quad)^2$                       c)  $16x^2 + \underline{\quad} + 144y^4 = (\quad)^2$

### Funktionen und Gleichungen

#### Aufgabe 13

Löse folgende lineare Gleichungen.

a)  $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$                       b)  $12 - [(16 + 7x) - (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$

#### Aufgabe 14

Berechne jeweils die Geradengleichung für die Geraden mit folgenden Eigenschaften:

- a) Die Punkte  $P_1(3 | 4)$  und  $P_2(6 | -2)$  liegen auf  $g_1$ .
- b)  $g_2$  liegt parallel zu  $g_3$  mit der Funktionsgleichung  $g_3(x) = 7x + 13$  und verläuft durch den Punkt  $P(1 | -1)$ .
- c) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden  $g_1$  und  $g_2$  sowie die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.
- d) Zeichne die Geraden ohne Zuhilfenahme einer Wertetabelle.

#### Aufgabe 15

Marlies hat die Wahl zwischen zwei Handy-Tarifen. Bei Tarif 1 zahlt sie eine Grundgebühr von 8,00 € und für jede Gesprächseinheit durchschnittlich 0,04 €. Bei Tarif 2 wird eine Grundgebühr von 6,00 € und für jede Gesprächseinheit 0,08 € verlangt.

- a) Bestimme die Funktionsgleichungen der beiden Tarifarten.
- b) Ermittle rechnerisch und zeichnerisch die Gesprächseinheiten, bei denen die gleichen Kosten entstehen.

#### Aufgabe 16

Berechne die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen:

a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$                       b)  $-6x^2 + 1\frac{1}{7}x + \frac{2}{7} = 0$

### Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten

#### Aufgabe 17

Berechne die Lösungsmengen der folgenden Gleichungssysteme:

a) Gleichsetzungsverfahren:

$$\begin{cases} x + 6y = -16 \\ -4 - x = 2y \end{cases}$$

b) Einsetzungsverfahren

$$\begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$$

c) Additionsverfahren bzw. Subtraktionsverfahren

$$\begin{cases} -2x + 7y = 5 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases}$$

d) freie Wahl des Verfahrens

$$\begin{cases} -5x + 8y = -21 \\ 9x - 8y = 25 \end{cases}$$

#### Aufgabe 18

In einem Stall werden Kaninchen und Hühner gehalten. Die 108 Tiere stehen auf insgesamt 298 Beinen. Wie viele Kaninchen und wie viele Hühner leben in dem Stall?

## Lösungen

### Aufgabe 1

$$\begin{array}{r} 24.500 \text{ km} - 10.290,00 \text{ €} \\ 27.500 \text{ km} - x \end{array}$$

$$x = \frac{10.290 \text{ €} \cdot 27.500 \text{ km}}{24.500 \text{ km}} = \underline{\underline{11.550,00 \text{ €}}}$$

### Aufgabe 2

$$\begin{array}{r} 12 \text{ Ang.} - 4 \text{ Tage} \\ 16 \text{ Ang.} - x \end{array}$$

$$x = \frac{4T \cdot 12A}{16A} = \underline{\underline{3 \text{ Tage}}}$$

### Aufgabe 3

$$\begin{array}{r} 96.000 \text{ B.} - 4 \text{ M.} - 8 \text{ Std./Tag} - 3 \text{ Tg.} \\ 120.000 \text{ B.} - 5 \text{ M.} - 6 \text{ Std./Tag} - x \end{array}$$

$$x = \frac{3Tg \cdot 120.000B \cdot 4M \cdot 8Std/Tg}{96.000B \cdot 5M \cdot 6Std/Tg} = \underline{\underline{4 \text{ Tage}}}$$

### Aufgabe 4

$$\begin{array}{r} 106,5 \% - 20.874,00 \text{ €} \\ 100 \% - x \end{array}$$

$$x = \frac{20.874 \text{ €} \cdot 100\%}{106,5\%} = \underline{\underline{19.600,00 \text{ €}}} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserh.: } 1274 \text{ €}}}$$

### Aufgabe 5

$$\begin{array}{r} 3 \text{ kg} - 8,10 \text{ €} \\ 1 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{8,10 \text{ €} \cdot 1 \text{ kg}}{3 \text{ kg}} = \underline{\underline{2,70 \text{ €}}}$$

$$\begin{array}{r} 2,7 \text{ kg} - 8,10 \text{ €} \\ 1 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{8,10 \text{ €} \cdot 1 \text{ kg}}{2,7 \text{ kg}} = \underline{\underline{3 \text{ €}}}$$

$$\begin{array}{r} 2,70 \text{ €} - 100 \% \\ 3 \text{ €} - x \end{array}$$

$$x = \frac{100\% \cdot 3 \text{ €}}{2,70 \text{ €}} = 111\frac{1}{9}\% \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserhöhung } 11\frac{1}{9}\%}}$$

oder

$$\begin{array}{r} 3 \text{ kg} - 100 \% \\ 2,70 \text{ kg} - x \end{array}$$

$$x = \frac{100\% \cdot 3 \text{ kg}}{2,70 \text{ kg}} = 111\frac{1}{9}\% \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preiserhöhung } 11\frac{1}{9}\%}}$$

Erläuterung: bei geringerer Füllmenge steigt der Preis und damit auch die Prozentzahl  $\Rightarrow$  indirektes Verhältnis !!

### Aufgabe 6

$$\frac{1}{7} \text{ von } 139.300 = 19.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Ehefrau: } 3 \cdot 19.900 = 59.700,00 \text{ €}$$

$$\text{Tochter 1: } 19.900 + 10.000 - 5000 = 24.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Tochter 2: } 19.900 + 10.000 - 5000 = 24.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Sohn: } 19.900 + 10.000 - 12.000 = 17.900,00 \text{ €}$$

$$\text{Zwischensumme: } 127.400,00 \text{ €}$$

$$\text{Hausangestellte: Rest} = 11.900,00 \text{ €}$$

### Aufgabe 7

Kapital in €	Laufzeit	Zinssatz in %	Zinsen in €
4.800,00 €	150 Tage	2,5 %	50,00
4.800,00 €	88 Tage	2,75 %	32,67
4.300,00 €	122 Tage	2,75 %	40,08
			<b>122,75</b>

vergleiche Grundformel bei Aufgabe 8!

### Aufgabe 8

$$\text{Grundformel: } Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360Tg.} \Leftrightarrow t = \frac{Z \cdot 100\% \cdot 360Tg.}{K \cdot p} = \frac{72,09 \text{ €} \cdot 100\% \cdot 360Tg.}{6840 \text{ €} \cdot 4,5\%} = \underline{\underline{89 \text{ Tg.}}}$$

mit Kapital K, Zinssatz p, Zeit t in Tagen.

### Aufgabe 9

$$\begin{aligned} \text{a) } & 5a + \{8b - [4a - (6b + 12a) - (3a - 9b)] - (7a + b) + 11a\} - 3b \\ & = 5a + \{8b - [4a - 6b - 12a - 3a + 9b] - 7a - b + 11a\} - 3b \\ & = 5a + 8b + 11a - 3b + 4a - 4b = \underline{\underline{20a + b}} \end{aligned}$$

b)  $4x(2y - 8w) - (5w - 4x)6y + 3w(x - 2y) = 8xy - 32xw - 30yw + 24xy + 3xw - 6yw = \underline{32xy - 29xw - 36yw}$

c)  $(a - 2b)(4x - 7y) + (a + 5b)(6y - 12x) = 4ax - 7ay - 8bx + 14by + 6ay - 12ax + 30by - 60bx = \underline{-8ax - ay - 68bx + 44by}$

**Aufgabe 10**

Zerlege in Faktoren:

a)  $126a^{11}b^{10}y^4 + 164a^7b^{13}y^7 - 210a^9b^8y = \underline{2a^7b^8y(63a^4b^2y^3 + 82b^5y^6 - 105a^2)}$

b)  $2a^2nx + abnx - 2a^2ny - abny = \underline{an(x - y)(2a + b)}$

**Aufgabe 11**

a)  $(x + 125)^2 = x^2 + 250x + 15.625$

b)  $(3x^2y - 9a^3b^2)^2 = 9x^4y^2 - 54x^2ya^3b^2 + 81a^6b^4$

c)  $(11x + 12y)(12y - 11x) = 144y^2 - 121x^2$

**Aufgabe 12**

Ergänze zur binomischen Formel und fasse dann zusammen:

a)  $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b)  $x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$

c)  $16x^2 + 96xy^2 + 144y^4 = (4x + 12y^2)^2$

**Aufgabe 13**

a)  $56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$

$\Leftrightarrow 56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$

$\Leftrightarrow 65 - 7x = 5x - 7$

$\Leftrightarrow -12x = -72$

$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow L = \{6\}$

b)  $12 - [(16 + 7x) - (3x - 1)] = 6 + (2x - 5)$

$\Leftrightarrow 12 - [16 + 7x - 3x + 1] = 6 + 2x - 5$

$\Leftrightarrow 12 - 16 - 7x + 3x - 1 = 6 + 2x - 5$

$\Leftrightarrow -5 - 4x = 1 + 2x$

$\Leftrightarrow -6x = 6$

$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow L = \{-1\}$

**Aufgabe 14**

a)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{6 - 3} = \frac{-6}{3} = -2$

$y = mx + b \Leftrightarrow b = y - mx = 4 - (-2) \cdot 3 = 10 \Rightarrow g_1(x) = -2x + 10$

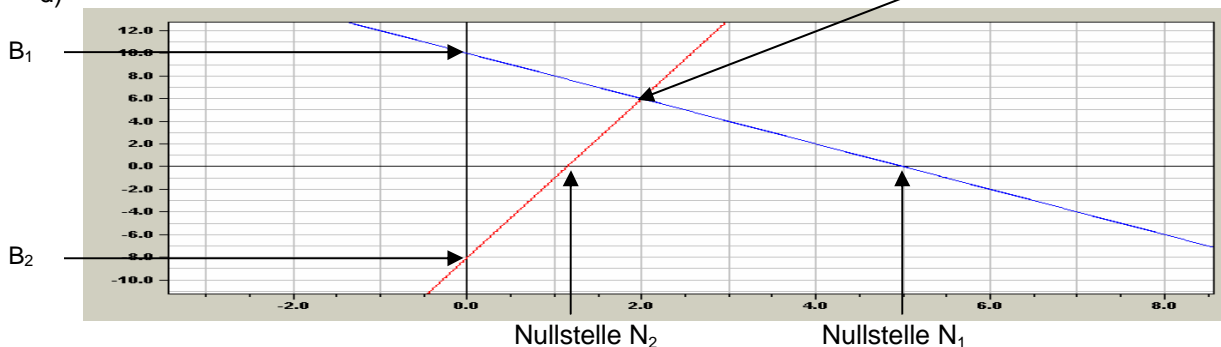
b)  $g_2 \parallel g_3 \Rightarrow m_2 = m_3 = 7$

$y = mx + b \Leftrightarrow b = y - mx = -1 - 7 \cdot 1 = -8 \Rightarrow g_2(x) = 7x - 8$

c) Schnittpunkt:  $g_1(x) = g_2(x)$  y-Achsenabschnitte:  $b_1 = 10, b_2 = -8 \Rightarrow B_1 = (0 | 10), B_2 = (0 | -8)$   
 $-2x + 10 = 7x - 8$  Nullstellen: (i)  $-2x + 10 = 0$  (ii)  $7x - 8 = 0$  (Schnittpunkte mit der x-Achse)  
 $-9x = -18 \Leftrightarrow -2x = -10 \Leftrightarrow 7x = 8$   
 $x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \Leftrightarrow x = 1\frac{1}{7}$

$g_1(2) = g_2(2) = 6 \Rightarrow S(2 | 6) \Rightarrow N_1 = (5 | 0); N_2 = (1\frac{1}{7} | 0)$  Schnittpunkt S(2 | 6)

d)



### Aufgabe 15

Gesamtkosten: y Anzahl der Gesprächseinheiten: x

a) Tarif 1:  $y(x) = 0,04x + 8$  Tarif 2:  $y(x) = 0,08x + 6$

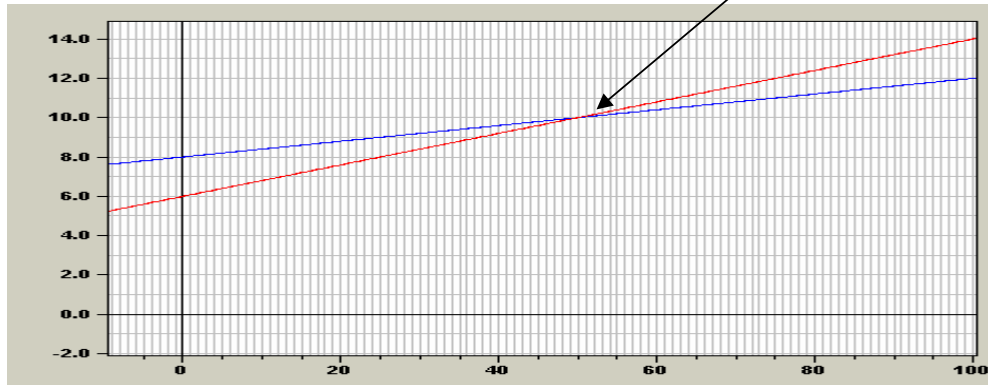
b)  $0,08x + 6 = 0,04x + 8$

$$0,04x = 2$$

$$x = 50 \Rightarrow y(50) = 10 \text{ (in €)}$$

Schnittpunkt P ( 50 | 10 )

c)



### Aufgabe 16

a)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$x^2 - 7x = -10$$

$$x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -10 + \frac{49}{4}$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{40}{4} + \frac{49}{4} = \frac{9}{4}$$

$$x - \frac{7}{2} = \frac{3}{2} \vee x - \frac{7}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$x = 5 \vee x = 2 \Rightarrow L = \{2; 5\}$$

b)  $-6x^2 + 1\frac{1}{7}x + \frac{2}{7} = 0$

$$x^2 - \frac{4}{21}x - \frac{1}{21} = 0$$

$$x^2 - \frac{4}{21}x + \left(\frac{2}{21}\right)^2 = \frac{1}{21} + \left(\frac{2}{21}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{2}{21}\right)^2 = \frac{25}{441}$$

$$x - \frac{2}{21} = \frac{5}{21} \vee x - \frac{2}{21} = -\frac{5}{21}$$

$$x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7} \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}\right\}$$

### Aufgabe 17

a)  $\begin{cases} x + 6y = -16 \\ -4 - x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6y - 16 \\ x = -4 - 2y \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -6y - 16 = -4 - 2y \quad | +2y + 16$$

$$\Leftrightarrow -4y = 12 \quad | :(-4)$$

$$\Leftrightarrow y = -3$$

$$\Rightarrow x = -6 \cdot (-3) - 16 = 2$$

$$L = \{(2 | -3)\}$$

b)  $\begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ 2x - y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 5y = 7 \\ y = 2x - 14 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -3x + 5 \cdot (2x - 14) = 7$$

$$\Leftrightarrow -3x + 10x - 70 = 7$$

$$\Leftrightarrow 7x = 77$$

$$\Leftrightarrow x = 11$$

$$\Rightarrow y = 2 \cdot 11 - 14 = 8 \Rightarrow L = \{(11 | 8)\}$$

c)  $\begin{cases} -2x + 7y = 5 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases} \quad | \cdot 3$

$$\Leftrightarrow + \begin{cases} -6x + 21y = 15 \\ 6x - 21y = 10 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 0x + 0y = 5 \Rightarrow L = \{ \}$$

d)  $\begin{cases} -5x + 8y = -21 \\ 9x - 8y = 25 \end{cases}$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 4x = 4$$

$$x = 1$$

$$\Rightarrow 9 \cdot 1 - 8y = 25 \Leftrightarrow y = -2 \Rightarrow L = \{(1 | -2)\}$$

### Aufgabe 18

Anzahl der Kaninchen: x

108 Tiere:  $\Rightarrow x + y = 108 \quad | \cdot 2$

Anzahl der Hühner: y

298 Beine:  $\Rightarrow 4x + 2y = 298$

$$\Leftrightarrow - \begin{cases} 2x + 2y = 216 \\ 4x + 2y = 298 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ -2x = -82$$

$$x = 41 \Rightarrow 41 + y = 108 \Leftrightarrow y = 67$$

Es leben 41 Kaninchen und 67 Hühner in diesem Stall.